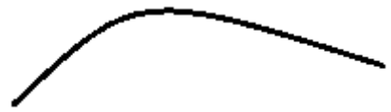
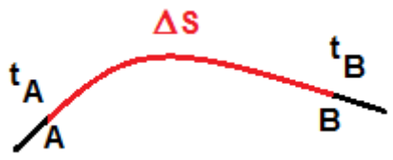
Cantidades Físicas en Cinemática

1 Trayectoria
Suponga una partícula que se mueve en un plano (esta hoja)
El dibujo de sus ubicaciones en el transcurso del tiempo se denomina trayectoria de la partícula



2 Distancia recorrida (ΔS)
Suponga que la partícula se encuentra en:
el punto **A** en el instante t_A ; el punto **B** en el instante t_B
Se define la distancia recorrida (ΔS) como la longitud de la trayectoria desde **A** hasta **B**

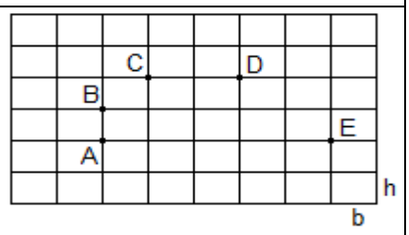
Nota: El **tiempo empleado** (Δt) es: $\Delta t = t_B - t_A$.



3 Rapidez media (V_M)

Se define la rapidez media (V_M) como: $V_M = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

Ejemplo 1
Un joven camina en un estacionamiento. Se mueve directamente hacia los puntos: A, B, C, D y E, demorando 5[s] en ir de un punto a otro.
Si b=4[m] y h=3[m]; entonces determine para el tramo de A a D:



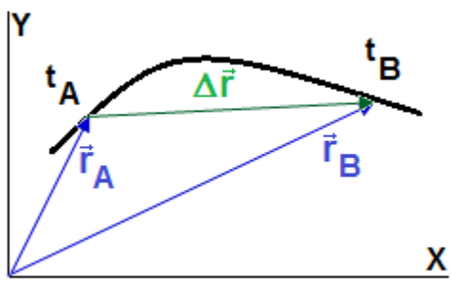
a) La distancia recorrida. Resp: $\Delta S_{AD}=3+5+8=16[m]$

b) el tiempo empleado. Resp: $\Delta t_{AD}=5+5+5=15[s]$

c) la rapidez media. Resp: $V_M = \dfrac{16[m]}{15[s]} = 1{,}07[m/s]$

4 Posición ($\vec{r}$)
Se denomina posición ($\vec{r}$) de la partícula al vector que va desde el origen de un sistema de referencia hasta la partícula (en la figura: $\vec{r}_A$; $\vec{r}_B$)

5 Desplazamiento ($\Delta\vec{r}$)
Se define el desplazamiento ($\Delta\vec{r}$) de una partícula, como el vector que va desde un punto inicial hasta un punto final.



6 Velocidad media ($\vec{V}$)

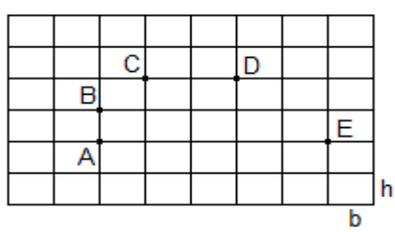
Se define la Velocidad media ($\vec{V}$) como: $\vec{V} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Ejemplo 2
Para el movimiento del joven en el tramo desde A hasta D determinar:

a) el desplazamiento. Resp: $\Delta\vec{r} = 12\hat{i} + 6\hat{j}[m]$

b) la velocidad media.

Resp: $\vec{V} = \dfrac{12\hat{i} + 6\hat{j}[m]}{15[s]} = 0{,}8\hat{i} + 0{,}4\hat{j}[m/s]$



7 velocidad ($\vec{V}$)

Se define la velocidad como:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to o} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \rightarrow \boxed{\vec{V} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}}$$

la cual es un vector tangente a la trayectoria en el lugar que se ubica la partícula.

8 rapidez (V)

Se define la rapidez como la magnitud de la velocidad: $V = \|\vec{V}\|$

9 Variación de velocidad ($\Delta\vec{v}$)

Se define la variación de velocidad como la diferencia entre la velocidad final y la velocidad inicial

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i$$

10 Aceleración media ($\bar{\vec{a}}$)

Se define la aceleración media ($\bar{\vec{a}}$) como: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

11 Aceleración ($\vec{a}$)

Se define la aceleración como: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to o} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}}$

Nota 1: como: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \int \vec{v}dt}$

Nota 2: como: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = \int \vec{a}dt}$

Ejemplo 3

Para una partícula que se mueve en un laboratorio de experimentación, bajo algunas condiciones artificiales, se ha determinado que su ecuación de posición para todo tiempo es: $\vec{r}(t) = (2t + t^3)\hat{i} + (t^2 - 0{,}5t^3)\hat{j}$ [cm]. Determinar:

a) la aceleración media para el intervalo de tiempo $2 \leq t \leq 4$[s]; **b)** la aceleración para t=3[s]

a) $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d(2t + t^3)\hat{i} + (t^2 - 0{,}5t^3)\hat{j}}{dt} = (2 + 3t^2)\hat{i} + (2t - 1{,}5t^2)\hat{j}$ [cm/s]

$\vec{V}(2) = (2 + 3\cdot 4)\hat{i} + (2\cdot 2 - 1{,}5\cdot 4)\hat{j} = 14\hat{i} - 2\hat{j}$ [cm/s]; $\vec{V}(4) = 50\hat{i} - 16\hat{j}$ [cm/s]

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{50\hat{i} - 16\hat{j} - (14\hat{i} - 2\hat{j})}{4 - 2} = \frac{36\hat{i} - 14\hat{j}\,[\text{cm/s}]}{2[\text{s}]} = 18\hat{i} - 7\hat{j}\,[\text{cm/s}^2]$$

b) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d(2 + 3t^2)\hat{i} + (2t - 1{,}5t^2)\hat{j}}{dt} = 6t\hat{i} + (2 - 3t)\hat{j}$ [cm/s^2]

$\vec{a}(3) = 6\cdot 3\hat{i} + (2 - 3\cdot 3)\hat{j} = 18\hat{i} - 7\hat{j}$ [cm/s^2]

Ejemplo 4

Para un objeto que se mueve con una velocidad $\vec{V}(t) = (-2t + 2{,}4t^2)\hat{i} + (0{,}4t + 1{,}2t^3)\hat{j}$ [m/s] y en el instante t=1[s] su posición es $\vec{r}(1) = \hat{i} + \hat{j}$[m]. Determinar para t=2[s]: **a)** posición; **b)** aceleración.

a) $\vec{r}(t) = \int \vec{v}dt = \int \left[(-2t + 2{,}4t^2)\hat{i} + (0{,}4t + 1{,}2t^3)\hat{j}\right]dt = (-t^2 + 0{,}8t^3)\hat{i} + (0{,}2t^2 + 0{,}3t^4)\hat{j} + \vec{C}$

$\vec{r}(1) = (-1 + 0{,}8)\hat{i} + (0{,}2 + 0{,}3)\hat{j} + \vec{C} = -0{,}2\hat{i} + 0{,}5\hat{j} + \vec{C} = \hat{i} + \hat{j} \rightarrow \vec{C} = 1{,}2\hat{i} + 0{,}5\hat{j}$

$\vec{r}(t) = (1{,}2 - t^2 + 0{,}8t^3)\hat{i} + (0{,}5 + 0{,}2t^2 + 0{,}3t^4)\hat{j}$ [m]

$\vec{r}(2) = (1{,}2 - 2^2 + 0{,}8\cdot 2^3)\hat{i} + (0{,}5 + 0{,}2\cdot 2^2 + 0{,}3\cdot 2^4)\hat{j} = \vec{r}(2) = 3{,}6\hat{i} + 6{,}1\hat{j}$[m]

b) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d(-2t + 2{,}4t^2)\hat{i} + (0{,}4t + 1{,}2t^3)\hat{j}}{dt} = (-2 + 4{,}8t)\hat{i} + (0{,}4 + 3{,}6t^2)\hat{j}$ [m/s^2]

$\vec{a}(2) = (-2 + 4{,}8\cdot 2)\hat{i} + (0{,}4 + 3{,}6\cdot 4)\hat{j} = 7{,}6\hat{i} + 14{,}8\hat{j}$ [m/s^2]